

# **Abduktive Theorie als Grundlage für die Analyse von Hypothesengenerierung und Argumentation**

**Darmstädter Ontologenkreis, Ontologie Interdisziplinär  
12. Januar 2026**

**Anatol Reibold (in Kooperation mit Johannes Busse,  
Andreas Fornefett, Heinrich Herre)**

## **Grunderkenntnisse**

- „ich möchte wissen, was ich wissen möchte“
- „ich möchte verstehen, was ich verstehen möchte“
- „ich möchte wissen und verstehen, was ich möchte“
- „die Natur und den lieben Gott kann man nicht reinlegen“
- „gewiss ist nur die Ungewissheit“
- „Nichts ist so beständig wie der Wandel.“ (Heraklit von Ephesus, 535-475 v. Chr.)
- „Alles Geniale ist einfach, sagte die Amöbe.“ Michail Ganin (1927 - 2003), russischer Aphoristiker

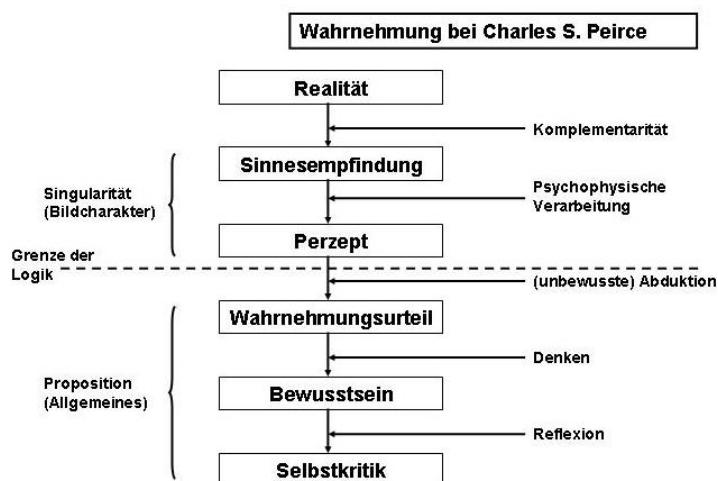
# **Charles Santiago Sanders Peirce (1839-1914)**

- *Nicht-Oder-Operation (NOR). Erzeugt alle booleschen Funktionen*
- *Standardnotation für die Prädikatenlogik erster Stufe*
- *Begründer der Semiotik (nicht nur Syntax, Semantik und Pragmatik).*
- *Abduktives Schließen*
- *Meteorologie, Geodäsie, Mathematik, Logik, Philosophie, Geschichte, Philosophie der Wissenschaften, Sprachwissenschaft, Ökonomie, Psychologie*
- *Kategorienlehre: Erstheit (Möglichkeit), Zweitheit (Aktualität), Drittheit (Notwendigkeit)*
- *Wahrnehmung, Bewusstsein, Selbstbewusstsein, Selbstkontrolle*
- *Pragmatismus vs. Pragmativismus*
- *Kosmologische Peirce-Triade Synechismus-Tychismus-Agapismus?*

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

3

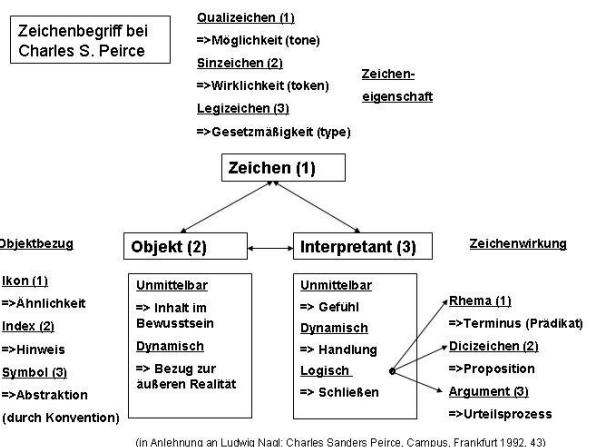
## **Theorie der Wahrnehmung bei Peirce**



© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

4

Die drei Trichotomien von Peirce		
Zeicheneigen schaft	Objekt- Beziehung	Interpretante n-Beziehung
Quali-Zeichen (sinnlich)	Ikone (Ähnlichkeit)	Rhema (Term)
Sin-Zeichen (Existenz)	Indizes (Hinweis)	Dicent (Proposition)
Legi-Zeichen (Typus)	Symbole (Konvention)	Argument



## Forschungsphasen

1. „Ich möchte wissen, was ich wissen möchte.“
2. Identifizierung verfügbarer Theorien (als Grundlage), Beobachtungen, Texte, Daten und erster Hypothesen
3. Deskriptive Phase (Modellauswahl, formale Modellauswahl)
4. Abduktive Phase (Hypothesengenerierung, Hypothesenvergleich, Hypothesenauswahl)
5. Validierung der Hypothesen
6. Erweiterung der Theorie mithilfe von Hypothesen
7. Prospektive Phase: „Worüber kann und soll ich nachdenken?“
8. Kommunikation der Forschungsergebnisse

# Grundeinstellungen

1. Die Notwendigkeit möglichst expliziter Formulierungen (und formaler Axiomatisierung)
2. Onto-axiomatischer Ansatz
3. Systemtheoretischer Ansatz
4. Berücksichtigung von Subjekten (PCL, Evidentialität, Multiagenten Technologie)
5. Transdisziplinäre Kooperation
6. Berücksichtigung der Wissenskommunikation (einschließlich manipulativer Abduktion nach L. Magnani) und Argumentation

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

7

## Was ist Abduktion? Die dritte Schlussform nach Charles S. Peirce

- **Deduktion:** (Regel + Fall → Resultat)
  - *Beispiel:* Alle Menschen sind sterblich (Regel). Sokrates ist ein Mensch (Fall). Also ist Sokrates sterblich (Resultat). *Sicher, aber nicht erkenntnis erweiternd.*
- **Induktion:** (Fall + Resultat → Regel)
  - *Beispiel:* Sokrates ist ein Mensch (Fall) und sterblich (Resultat). Vielleicht sind alle Menschen sterblich (Regel). *Unsicher, verallgemeinernd.*
- **Abduktion:** (Resultat + Regel → Möglicher Fall)
  - *Beispiel:* Der Rasen ist nass (Resultat). Wenn es regnet, wird der Rasen nass (Regel). **Daher könnte es geregnet haben (mögliche Erklärung/Hypothese).**
  - **Kern:** Erklärende Hypothese generieren!

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

8

## **Die logische Form der Abduktion**

- Schema:
  - **Beobachtung:** O (z.B. Der Rasen ist nass)
  - **Hintergrundwissen:** T (z.B. Eine Menge von Regeln: Regen → Nass, Sprenger → Nass, ...)
  - **Hypothese:** H (z.B. H = Regen)
- Logische Bedingung:  $T \cup \{H\} \models O$  (H zusammen mit T muss O logisch implizieren)
- Und: T alleine  $\not\models O$  (O ist ohne H nicht aus T ableitbar)
- Und: H ist konsistent mit T

## **Das zentrale Problem: Unterbestimmtheit**

- Zu jeder Beobachtung O gibt es oft viele mögliche Erklärungen  $H_1, H_2, H_3, \dots$ 
  - Rasen nass (O) könnte erklärt werden durch: Regen ( $H_1$ ), Sprenger ( $H_2$ ), Überschwemmung ( $H_3$ ), etc.
- **Frage:** Wie wählen wir zwischen rivalisierenden Hypothesen?
- **Antwort:** Durch **Kriterien** für "gute" Erklärungen.

## **Formale Kriterien für "gute" Hypothesen**

- **Konsistenz:** H muss mit T konsistent sein.
- **Minimalität (Parsimonie/Ockhams Rasiermesser):** H sollte so "klein" wie möglich sein (z.B. minimale Kardinalität oder Mengeninklusion).
  - Regen ist eine minimalere Erklärung als Regen UND ein defekter Sprenger.
- **Vorzugsrelationen:** Wir können formale Präferenzen definieren:
  - $H_1$  ist besser als  $H_2$ , wenn  $H_1$  billiger, einfacher, wahrscheinlicher oder kohärenter mit anderem Wissen ist.

## **Ein formales Beispiel (Logik-Notation)**

- **Theorie T:**
  - Regen → Nass
  - Sprenger → Nass
  - Nass ∧ Kalt → Glatt
- **Beobachtung O:** Glatt
- **Mögliche abduktive Erklärungen H:**
  - $H_1 = \{\text{Regen, Kalt}\}$  (Prüfe:  $T \cup H_1 \models \text{Glatt? Ja!}$ )
  - $H_2 = \{\text{Sprenger, Kalt}\}$  (Prüfe:  $T \cup H_2 \models \text{Glatt? Ja!}$ )
  - $H_3 = \{\text{Regen, Sprenger, Kalt}\}$  (Nicht minimal!)
- **Auswahl:**  $H_1$  oder  $H_2$  basierend auf zusätzlichen Kriterien (z.B. war es ein warmer Tag?).

# **Abduktion als Grundlage von Argumenten**

- In Alltagsargumenten und juristischen Beweisführungen werden oft **abduktive Schlüsse** verwendet.
- Struktur: "Meine Erklärung H ist die beste, weil sie die Beobachtungen O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, ... am einfachsten/kohärentesten erklärt."
- **Analysefrage:** Welche unausgesprochenen Hypothesen und Hintergrundtheorien (T) werden vorausgesetzt?

## **Schemata für abduktive Argumente (nach Walton)**

- **Schema: Argument aus Zeichen**
  - Prämisse 1: A ist in dieser Situation ein Zeichen für B.
  - Prämisse 2: A ist in dieser Situation wahr.
  - Schlussfolgerung: Daher ist B in dieser Situation wahr.
- **Kritische Fragen** (zur Analyse und Bewertung):
  - Wie stark ist das Zeichen A als Indikator für B?
  - Gibt es andere Faktoren, die A ebenso gut erklären könnten?
  - Gibt es andere Evidenz, die die Schlussfolgerung stützt oder schwächt?

# Douglas Neil Walton (1942-2020)

[https://informallogic.ca/index.php/informal\\_logic/](https://informallogic.ca/index.php/informal_logic/)

- "Informal Logic A Handbook for critical argumentation" (1989)
- "Argumentation Schemes for Presumptive Reasoning" (1996)
- "Abductive Reasoning" (2005)
- "Argumentation Methods for Artificial Intelligence in Law" (2005)
- "Character Evidence. An Abductive Theory" (2006)
- "Dialog Theory for Critical Argumentation" (2007)
- "Media Argumentation. Dialectic, Persuasion, and Rhetoric" (2007)
- "Argumentation Schemes" (mit C. Reed und F. Macagno) (2008)
- "Informal Logic. A Pragmatic Approach" (2008)
- "Witness Testimony Evidence Argumentation, Artificial Intelligence, and Law" (2008)
- "Methods of Argumentation" (2013)

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

15

## PERIODIC TABLE OF ARGUMENTS

β								α					
Mi <i>a minore</i>		Mot <i>from motive</i>											
Ma <i>a maius</i>		Cor <i>from correlation</i>											
Div <i>from division</i>		Ef <i>from effect</i>			Su <i>from subsumption</i>		Dis <i>from disqualifier</i>						
G <i>from genus</i>	Sp <i>from species</i>	Cpo <i>from composition</i>		Cau <i>from cause</i>		Def <i>from definition</i>		Ins <i>from instantiation</i>					
To <i>from totality</i>	Exa <i>from example</i>	A+ <i>from analogy</i>		Sig <i>from sign</i>		Cr <i>from criterion</i>		Nor <i>from norm</i>					
sp su pu		ps us up		ss pp uu		FF		VF					
d		i		I		II		VV					
Non <i>non sequitur</i>		Sy <i>from synonyms</i>		Eth <i>ethotic argument</i>		H <i>ad hominem</i>		Exp <i>from expert opinion</i>					
Op <i>from opposites</i>		B <i>ad baculum</i>		Tes <i>from testimony</i>		Car <i>ad carotam</i>		Mor <i>from moral authority</i>					
Der <i>from derivatives</i>		Po <i>ad populum</i>											
Int <i>from integratives</i>													

### LEGENDA

α	alpha quadrant
β	beta quadrant
γ	gamma quadrant
δ	delta quadrant
F	statement of fact
V	statement of value
P	statement of policy
s	singular statement
p	particular statement
u	universal statement
i	identical
d	different
I	first-person
II	second-person
III	third person
+	from similarity, from equality, from comparison, metaphorical argument
■	conclusion is statement of fact
■	conclusion is statement of value
■	conclusion is statement of policy
■	conclusion is statement of value or policy
□	conclusion is statement of fact, value, or policy

WEBSITE  
[www.periodic-table-of-arguments.org](http://www.periodic-table-of-arguments.org)

VERSION 3.0  
© 2025 JEAN WAGEMANS

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

16

## **Abduktion als Motor der wissenschaftlichen Entdeckung**

- "Wissenschaftliche Revolutionen" beginnen oft mit einer Anomalie.
- Schema:
  - **Anomalie (O):** Eine Beobachtung, die mit der aktuellen Theorie  $T_{\text{alt}}$  nicht vereinbar ist.
  - **Abduktion:** Generierung einer neuen, revolutionären Hypothese  $H_{\text{neu}}$ .
  - **Deduktion:** Ableitung von testbaren Vorhersagen aus  $T_{\text{neu}} = T_{\text{alt}} \cup H_{\text{neu}}$ .
  - **Induktion:** Test und Bestätigung/Verwerfung der Vorhersagen.
- *Beispiel:* Die Umlaufbahn des Merkur (O) konnte durch Newtons Mechanik ( $T_{\text{alt}}$ ) nicht erklärt werden.

17

## **Kreativität und Constraints**

- Abduktion ist nicht zufällig, sondern **zielgerichtet und constraint-basiert**.
- **Constraints** (Einschränkungen) leiten die Suche:
  - **Erklärungsconstraint:**  $H$  muss  $O$  erklären.
  - **Theorieconstraint:**  $H$  muss mit  $T$  konsistent sein (oder  $T$  minimal verletzen).
  - **Weltwissen-Constraint:**  $H$  sollte plausibel sein.
- Kreativität entsteht durch intelligentes Durchsuchen des Raums aller  $H$ , die diese Constraints erfüllen.

## **Beispiel aus der Medizin: Diagnosefindung**

- **Beobachtungen (O):** Symptome des Patienten (Fieber, Husten, Ausschlag).
- **Theorie (T):** Medizinisches Wissen (Krankheitsbilder, Pathophysiologie).
- **Abduktive Aufgabe:** Finde eine Krankheit H (oder eine Kombination), so dass  $T \cup \{H\}$  die Symptome O impliziert.
- **Praxis:** Ärzte verwenden Heuristiken für "beste Erklärung" (z.B. Häufigkeit, Schweregrad, Testresultate).

## **Lorenzo Magnani**

- "Abduction, Reason, and Science Processes of Discovery and Explanation" (2001)
- "Philosophy and Geometry Theoretical and Historical Issues" (2001)
- "Logical and Computational Aspects of Model-Based Reasoning" (2002, Ed.)
- "Model-Based Reasoning. Science, Technology, Values" (2002, Ed.)
- "Morality in a Technological World. Knowledge as Duty" (2007)
- "Model-Based Reasoning in Science, Technology, and Medicine" (2007, Ed.)
- "Abductive Cognition. The Epistemological and Eco-Cognitive Dimensions of Hypothetical Reasoning" (2009)
- "Model-Based Reasoning in Science and Technology Abduction, Logic, and Computational Discovery" (2010, Ed.)
- "Understanding Violence. The Intertwining of Morality, Religion and Violence: A Philosophical Stance" (2011)
- "Model-Based Reasoning in Science and Technology Theoretical and Cognitive Issues" (2014, Ed.)
- "Model-Based Reasoning in Science and Technology. Logical, Epistemological, and Cognitive Issues" (2016, Ed.)
- "The Abductive Structure of Scientific Creativity An Essay on the Ecology of Cognition" (2017)
- "Springer Handbook of Model-Based Science" (2017, Ed.)
- "Discoverability The Urgent Need of an Ecology of Human Creativity" (2022)
- "Handbook of Abductive Cognition" (2023)
- "Model-Based Reasoning, Abductive Cognition, Creativity Inferences and Models in Science, Logic, Language, and Technology" (2024, Ed.)

## EC-Model

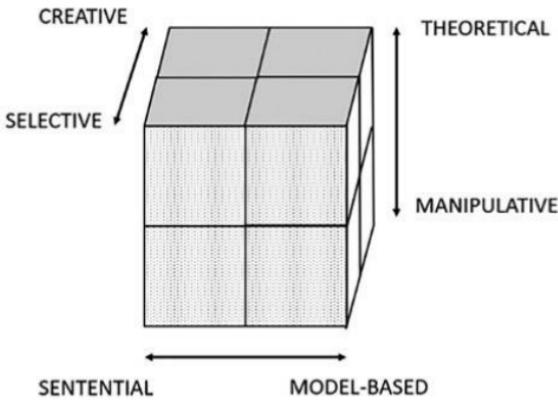


Figure 1: The pattern of the EC-Model of abduction

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

21

## GW-Schema und AKM-Schema

### GW-Schema

- Gabbay, D. M., & Woods, J. (2005). *The reach of abduction*. Amsterdam: North-Holland.

### AKM-Schema:

- Aliseda, A. (1997). *Seeking explanations: Abduction in logic, philosophy of science and artificial intelligence* (Doctoral dissertation, Amsterdam: Institute for Logic, Language and Computation).
- Aliseda, A. (2006). *Abductive reasoning. Logical investigations into discovery and explanation*. Heidelberg/Berlin: Springer.
- Kakas, A., Kowalski, R. A., & Toni, F. (1993). Abductive logic programming. *Journal of Logic and Computation*, 2(6), 719-770.
- Kowalski, R. A. (1979). *Logic for problem solving*. New York: Elsevier.
- Kuipers, T. A. F. (1999). Abduction aiming at empirical progress of even truth approximation leading to a challenge for computational modelling. *Foundations of Science*, 4, 307-323
- Magnani, L. (2001). *Abduction, reason, and science. processes of discovery and explanation*. New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers.

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

22

## Zusammenfassung

- Abduktion ist die logische Form des Erklärens und der Hypothesenbildung.
- Mathematisch ist sie ein **Suchproblem unter Constraints** (Konsistenz, Minimalität).
- Sie ist fundamental für die **Analyse von Argumentation** (Welche Erklärung wird warum bevorzugt?).
- Sie ist der **kreative Kern der Hypothesengenerierung** in Wissenschaft und Alltag.
- **Take-Home-MESSAGE:** Hinter scheinbar intuitivem "Erraten" steckt eine tiefe formale Struktur.

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

23

## Ausblick und offene Fragen

- **Probabilistische Abduktion:** Wie integriert man Unsicherheit? (Bayessche Netze)
- **Maschinelles Lernen & KI:** Abduktion in Erklärbarer KI (XAI) und beim Umgang mit unvollständigen Daten.
- **Kognitive Wissenschaft:** Wie führen Menschen abduktive Schlüsse effizient durch? (Heuristiken, Biases).
- **Philosophie:** Zusammenhang zwischen der "besten Erklärung" und der Korrektheit.

© Anatol Reibold, Gardisio GmbH, IMISE  
Institut für intelligente Zukunftstechnologien  
(IIZ)

24

# Mathematische Logik und Modelltheorie

- Dies ist das essenzielle Fundament der Abduktion.
- **Aussagenlogik:** Wird für die einfachsten Modelle verwendet.
  - **Konkret:** Die Theorie T, Beobachtung O und Hypothese H werden als logische Formeln dargestellt. Die abduktive Bedingung  $T \cup \{H\} \models O$  wird als logische Folgerung definiert.
  - **Beispiel:**  $T = \{\text{Regen} \rightarrow \text{Nass}\}$ ,  $O = \text{Nass}$ ,  $H = \text{Regen}$ . Prüfung: Ist  $\{\text{Regen} \rightarrow \text{Nass}, \text{Regen}\} \models \text{Nass}$  (eine Tautologie?) Ja.
- **Prädikatenlogik der ersten Stufe:** Ermöglicht die Modellierung komplexerer Domänen mit Objekten, Relationen und Quantoren.
  - **Konkret:** Erlaubt generalisierte Regeln.
  - **Beispiel:**  $T = \{\forall x (\text{Regen}(x) \rightarrow \text{Nass}(x))\}$ ,  $O = \text{Nass}(\text{Rasen})$ ,  $H = \text{Regen}(\text{Rasen})$ .
- **Logische Folgerung ( $\models$ ):** Der formale Operator, der die Kernbedingung der Abduktion definiert:  $T \cup \{H\} \models O$
- Vollständigkeit Aspekt nicht vergessen (Hilbert, Gödel, Gentzen)

## Ordnungstheorie

- Diese Theorien liefern die Werkzeuge, um "gute" Hypothesen zu definieren und zu vergleichen.
- **Teilordnung:** Wird verwendet, um Präferenzen zwischen Hypothesen zu formalisieren.
  - **Konkret:** Man kann eine Relation  $\leq$  definieren (z.B. "ist einfacher als" oder "ist vorzuziehen vor"). Eine Hypothese  $H_1$  ist dann "besser" als  $H_2$ , wenn  $H_1 \leq H_2$ . Die Suche gilt oft für minimale Elemente bezüglich dieser Ordnung.
- **Suchprobleme:** Abduktion als ein **Suchproblem** in einem (exponentiell großen) Raum möglicher Hypothesen definiert. Optimierungsaufgaben
- **Inklusionsminimalität.**
  - **Konkret:** Eine Hypothese  $H$  ist inklusionsminimal, wenn es keine andere Hypothese  $H'$  gibt, die  $O$  erklärt und eine echte Teilmenge von  $H$  ist
    - ( $H' \subset H$ ).  $\{\text{Regen}\}$  ist besser als  $\{\text{Regen}, \text{Sprenger}\}$ .

# Bayesche Netze und Kausales Schließen

- Sie bietet eine mächtige visuelle und strukturelle Repräsentation für abduktive Probleme.
- **Bayessche Netze:** Dies ist eine der wichtigsten Anwendungen. Hier wird Abduktion mit Unsicherheit kombiniert.
  - **Konkret:** Das Hintergrundwissen  $T$  wird als gerichteter azyklischer Graph (Wissensgraphen) dargestellt, der kausale/probabilistische Abhängigkeiten kodiert. Knoten repräsentieren Variablen, Kanten repräsentieren Einflüsse.
  - **Das abduktive Problem wird zur Wahrscheinlichkeitsinferenz:** "Finde die plausibelste Erklärung" oder "Finde die posteriori-Wahrscheinlichkeit von Hypothesen gegeben die Evidenz  $O$ ".
  - **Beispiel:** In einem medizinischen Diagnosenetzwerk: Gegeben die Symptome  $O$  (Knoten mit beobachteten Werten), finde die Kombination von Krankheiten  $H$  (Knoten ohne beobachtete Werte), die die höchste Wahrscheinlichkeit  $P(H|O)$  hat.
- Kausales Schließen (Causal Reasoning) von Judea Pearl

# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

- Diese erweitern die Abduktion von einer rein logischen zu einer probabilistischen Schlussfolgerung.
- **Bayessche Wahrscheinlichkeit:** Bietet den formellen Rahmen, um die "beste Erklärung" quantitativ als die "wahrscheinlichste Erklärung" zu definieren.
  - **Konkret:** Die Auswahl zwischen Hypothesen  $H_1$  und  $H_2$  erfolgt durch den Vergleich der A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten  $P(H_1|O)$  und  $P(H_2|O)$ , die sich aus dem Satz von Bayes ergeben:  $P(H|O) \propto P(O|H) * P(H)$ . Hier ist  $P(H)$  die A-priori-Wahrscheinlichkeit der Hypothese und  $P(O|H)$  die Likelihood der Beobachtung.
- **Hypothesentests:** Obwohl klassische statistische Tests (frequentistisch) anders funktionieren, teilen sie den philosophischen Geist der Abduktion: Eine Hypothese wird vorläufig akzeptiert, weil sie die Daten gut "erklärt" (nicht signifikant widerspricht).

## Formale Konzeptanalyse (FBA)

- Dies ist ein speziellerer, aber sehr eleganter Ansatz.
- **Konkret:** Die FBA analysiert Daten, die als eine Tabelle (Kontexten) von Objekten (Gegenstände) und ihren Eigenschaften (Merkmale) vorliegen. Abduktion kann hier als die Suche nach formalen Konzepten interpretiert werden, die eine gegebene Menge von Objekten "erklären"

## Kategorientheorie I

- Die Kategorientheorie ist die "Mathematik der Mathematik". Sie abstrahiert von konkreten Details und konzentriert sich auf Strukturen und die Beziehungen zwischen ihnen.
- **Ihr Beitrag zur Abduktion:**
- **Einheitlicher Rahmen für Logik:** Verschiedene Logiken (aussagenlogisch, prädikatenlogisch, intuitionistisch) können als **Kategorien** modelliert werden.
  - **Objekte:** Sind Formeln (z.B. A, B, A → B).
  - **Morphismen (Pfeile):** Sind **Beweise** oder **Folgerungen**. Ein Pfeil A → B repräsentiert den Beweis, dass aus A die Formel B folgt.
- **Abduktion als Adjunktion:** Dies ist der eleganteste und tiefste Beitrag.
  - In einer Kategorie kann man einen Funktor F: C → D als einen **deduktiven Prozess** auffassen, der Formeln von einer Kategorie C in eine andere D transformiert.
  - Die Abduktion erscheint dann als seine **rechte Adjunktion** G: D → C. Eine Adjunktion F  $\dashv$  G bedeutet intuitiv, dass die Morphismen  $F(C) \rightarrow D$  in der Kategorie D "natürlich isomorph" zu den Morphismen  $C \rightarrow G(D)$  in C sind.

## Kategorientheorie II

- **Konkret für Abduktion:**

- C ist die Kategorie der "Ursachen" oder "Hypothesen".
- D ist die Kategorie der "Wirkungen" oder "Beobachtungen".
- Der deduktive Funktor F beantwortet: "Welche Wirkung  $F(H)$  folgt aus einer gegebenen Ursache  $H$ ?" (Deduktion:  $H \rightarrow F(H)$ ).
- Sein rechts adjungierter Funktor G beantwortet: "Was ist eine mögliche Ursache  $G(O)$  für eine gegebene Wirkung  $O$ ?" (Abduktion:  $G(O) \rightarrow ?$ ).
- Die Adjunktion  $F \dashv G$  formalisiert genau die abduktive Grundidee: Der beste Weg, einen Morphismus von einer Hypothese  $H$  zu einer Wirkung  $O$  zu finden ( $H \rightarrow G(O)$ ), ist oft, einen Morphismus von der deduzierten Wirkung  $F(H)$  zu  $O$  zu finden ( $F(H) \rightarrow O$ ). Dies ist die Suche nach der besten Erklärung.

## Topos Theorie und nicht klassische Logik I

### Ihr Beitrag zur Abduktion:

- **Intuitionistische Logik als Standard:** Die interne Logik eines Topos ist immer **intuitionistisch** (nicht-klassisch). Das bedeutet, das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten ( $A \vee \neg A$ ) gilt nicht notwendigerweise. Dies ist für die Modellierung von Überzeugungen und unvollständigem Wissen oft realistischer.
- **Das Subobjekt-Klassifikator ( $\Omega$ ):** Dies ist das Herzstück eines Topos. Es ist ein Objekt, das die Rolle der "Menge der Wahrheitswerte" spielt. In der klassischen Logik ist das einfach  $\{wahr, falsch\}$ . In einem Topos kann  $\Omega$  viel komplexerer sein (z.B. die Menge aller Unterobjekte eines Objekts).

# **Topos Theorie und nicht klassische Logik II**

## • **Abduktion im Topos:**

- **Semantik für Logik:** Man kann eine logische Theorie  $T$  in einem Topos **interpretieren**. Die Formeln bekommen ihre "Wahrheit" nicht einfach als true/false, sondern als **verallgemeinerte Wahrheitswerte** (Elemente von  $\Omega$ ).
- **Die abduktive Aufgabe wird umformuliert:** Die Suche nach einer Hypothese  $H$ , für die  $T \cup \{H\} \models O$  gilt, wird zur Suche nach einem  $H$ , für das der Wahrheitswert von  $O$  im Kontext von  $T$  und  $H$  das maximale Element in  $\Omega$  ist (oder zumindest ein "hoher" Wahrheitswert).
- **Modellierung von Kontext:** Ein Topos erlaubt es, unterschiedliche Kontexte oder "mögliche Welten" elegant zu modellieren. Abduktion kann dann als die Suche nach einem Kontext (einer "Welt") verstanden werden, in dem die Beobachtung  $O$  notwendig wahr wird.

## **Zusammenfassungstabelle**

Mathematische Theorie	Konkreter Beitrag zur Abduktion
<b>Logik</b>	Definiert die grundlegende syntaktische Form: $T \cup \{H\} \models O$ .
<b>Ordnungstheorie</b>	Liefert Kriterien für "gute" Hypothesen (Minimalität, Präferenzordnungen).
<b>Bayessche Netze</b>	Stellt Struktur dar (Bayessche Netze) für probabilistische Abduktion.
<b>Wahrscheinlichkeitstheorie</b>	Quantifiziert "beste Erklärung" als "wahrscheinlichste Erklärung" (Bayes).
<b>Formale Begriffsanalyse</b>	Bietet einen verbands-theoretischen Rahmen für Abduktion in Datenkontexten.
<b>Kategorientheorie</b>	Definiert Abduktion als <b>rechte Adjunktion</b> zur Deduktion. Dies zeigt einen tiefen formalen Dualismus zwischen "Vorhersage" (Deduktion) und "Erklärung" (Abduktion) auf.
<b>Topostheorie</b>	Bietet eine verallgemeinerte, intuitionistische Logik als natürliche interne Sprache.

# **Python Pakete für Abduktive Technologie**

- **EtcAbductionPy** <https://github.com/asgordon/EtcAbductionPy>
- **Python-abduct** <https://github.com/thematrix/python-abduct>
- **ABLKit** <https://github.com/AbductiveLearning>